الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

نموذج اختبار في مادة الرياضيات

الشعب: رياضي + تقني رياضي
المدة : 4 ساعات

التمرين الأول (6 نقط)

M نقطة من المستوي المركب لاحقتها z حيث $z=x+iy$ (وحدة القياس $4\ cm$).

1. $F(z)$ كثير الحدود المعرف في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كما يلي:

$$F(z)=z^2+\left[\frac{1}{2}-\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)i\right].z-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$$

- احسب $F(i)$ ثمّ استنتج الجذر الآخر لكثير الحدود $F(z)$.
- أكتب الجذرين السابقين على الشكل الأسي علما أنّ b هو التخيلي الصرف والآخر a.

2. نعرّف التحويل النقطي T الذي يرفق بكلّ نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث $z'=e^{\frac{2i\pi}{3}}z+i$.

- حدد طبيعة التحويل T ثمّ عيّن عناصره المميزة.
- أنشئ النقط Ω، M_1 و M_2 إذا علمت أنّ Ω هي النقطة الصامدة بالتحويل T و M_1 صورة O و M_2 صورة M_1 بالتحويل T.

3. نعرّف متتالية نقط المستوي المركب كما يلي:

$M_0=O$ ومن أجل عدد طبيعي n فإنّ $M_{n+1}=T(M_n)$.

نسمّي z_n لاحقة النقطة M_n ونضع $Z_n=z_n-w$ حيث w لاحقة النقطة Ω.

- احسب $\frac{Z_{n+1}}{Z_n}$ ثمّ جد عبارة Z_n بدلالة n واستنتج عندئذ z_n.
- حدد موقع النقطة M_{2008}.

التمرين الثاني (03 نقط)

k وسيط حقيقي، الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ و (π)، (π') مستويان و (D) مستقيم معرفة كما يلي:

$$(\pi): x+y-2z-2\sqrt{6}=0$$

$$(\pi'): 3x-y+z=0$$

$$(D): \begin{cases} x=3k+1 \\ y=-k+2 \\ z=k-1 \end{cases}$$

عيّن في كلّ حالة مما يلي النتيجة أو النتائج الصحيحة مع التبرير.

أ) 1. (D) يوازي (π)؛ 2. (D) يعامد (π)؛ 3. (D) يقطع (π)؛ 4. (D) ينطبق على (π).

ب) 1. (D) يوازي (π')؛ 2. (D) يعامد (π')؛ 3. (D) يقطع (π')؛ 4. (D) ينطبق على (π').

ج) 1. (π) يقطع (π')؛ 2. (π) يوازي (π')؛ 3. (π) يعامد (π')؛ 4. (π) ينطبق على (π').

التمرين الثالث (04 نقط)

1. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي: $g(x)=3x-1-2\ln x$.

أ) احسب $g'(x)$ من أجل كل $x \succ 0$.

ب) أنشئ جدول تغيرات g (لا يطلب حساب النهايات),

ت) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

2. لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=x^3-x^2\ln x \quad ,x\succ 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

ليكن C التمثيل البياني للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة $2cm$.

أ) بين ان f مستمرة عند القيمة 0 من اليمين.

ب) احسب $\lim\limits_{x \overset{\succ}{\longrightarrow} 0} \frac{f(x)}{x}$ ثم أعط تفسيرا بيانيا للنتيجة.

ت) بين أنه من اجل كل $x\succ 0$ فإن $f'(x)=xg'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ث) أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

ج) أنشئ المنحنى C .

التمرين الرابع (03 نقط)

طالب في قسم نهائي علوم تجريبية أو رياضيات أو تقني رياضي يعير نفس الاهتمام للمواد العلمية أو الأدبية. فإذا كان احتمال نجاحه في اختبار المواد العلمية في امتحان البكالوريا $\frac{1}{3}$ واحتمال نجاحه في باقي المواد هو $\frac{1}{4}$.

1. احسب احتمال نجاحه في امتحان البكالوريا.
2. ما هو احتمال نجاحه في المواد العلمية علما أنّه حصل على البكالوريا ؟

التمرين الخامس (4 نقط)

1. برهن من أجل كلّ n من ¢ فإنّ العدد $\frac{n^7}{7}+\frac{n^5}{5}-\frac{12}{35}$ عنصر من ¢ .
2. حلّ في $¥^* ´ ¥^*$ المعادلة الآتية ذات المجهولين x و y : $x^3-y^3=999$

الحلّ النموذجي وسلّم التنقيط

التمرين الأول (؛ 06 نقط :)

ر + ت ر

1. حساب $F(i)$ $(F(i)=0)$ واستنتاج الجذر الآخر $-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ .... $2\times 0,25$

الكتابة على الشكل الأسي: $b=i$ ، $a=e^{\frac{2i\pi}{3}}$ .... $2\times 0,25$

2. T دوران: قيس زاويته $\frac{2\pi}{3}$ ومركزه $\Omega\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$ .... $3\times 0,25$

إنشاء النقط Ω ، M_1 ، M_2 .... $3\times 0,25$

3. حساب $\frac{Z_{n+1}}{Z_n}$ .... $0,5$

عبارة كلّ من Z_n و z_n بدلالة n .... $2\times 0,25$

موقع النقطة M_{2008} .... $0,5$

التمرين الثاني (03 نقط)

أ) 2 و 3 مع التبرير .... $2\times(2\times 0,25)$

ب) 1 فقط مع التبرير .... $1\times(2\times 0,25)$

ج) 1 و 3 مع التبرير .... $2\times(2\times 0,25)$

التمرين الثالث (05 نقط)

1. أ) حساب $g'(x)$ 0,5

ب)جدول تغيرات g 0,5

ج) تعيين إشارة $g(x)$ 0,5

2. أ) استمرارية f عند 0 0,5

ب)حساب النهاية $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{f(x)}{x}$ وتفسير النتيجة.................................. 2×0,5

ت)إثبات أن $f'(x)=xg'(x)$ ثم تعيين الإشارة ....2×0,5

ث) جدول تغيرات f 0,5

ج) إنشاء المنحنى C 0,5

التمرين الرابع (03 نقط)

G : "النجاح في البكالوريا" ؛ A : "النجاح في المواد العلمية" ؛

B : "النجاح في المواد الأدبية".

حسب المعطيات:

$P(A)=P(B)=\frac{1}{2}$ ؛ $P(G/A)=\frac{1}{3}$ ؛ $P(G/B)=\frac{1}{4}$ .... $4\times 0,25$

1. احتمال نجاحه في البكالوريا:

$P(G)=P(G/A).P(A)+P(G/B).P(B)=\frac{7}{24}$ .... 2´ 0,5

2. حساب $P(A/G)$: $P(G \cap A)=P(G/A).P(A)=P(A/G).P(G)$ 0,5

من $P(A/G)=\frac{P(G/A).P(A)}{P(G)}$ نجد: $P(A/G)=\frac{4}{7}$ 0,5

<u>التمرين الخامس</u> (03 نقط)

1. إثبات أنّ العدد $\frac{12}{35}-\frac{n^5}{5}+\frac{n^7}{7}$ عدد صحيح نسبي .... 3´ 0,5

2. تعيين حلول المعادلة $x^3-y^3=999$ .... 3´ 0,5